

# Zentralübung Rechnerstrukturen: Verbindungsstrukturen

5. Übungsblatt - Musterlösung

## 1 Statische Verbindungsstrukturen

a) Der Verbindungsgrad eines Knotens ist definiert als die Anzahl der Verbindungen, die von dem Knoten zu anderen Knoten bestehen. Gemäß Aufgabenstellung in diesem Fall also 4.

Der Diameter oder Durchmesser ist die maximale Distanz zwischen zwei Knoten, hier in der Aufgabe 2.

Schneidet man einen Graphen in zwei gleich große Teile und betrachtet die Menge der Kanten, die diesen Schnitt kreuzen, so bezeichnet man die Kardinalität der kleinsten dieser Kantenmengen über alle möglichen Schnitte als die minimale Bisektionsbreite. Die minimale Bisektionsbreite ist hier 6.

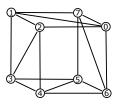
Die Diskonnektivität ist definiert als  $\frac{\#Knoten}{minimale\ Bisektionsbreite}$ , d.h. hier beträgt sie  $\frac{8}{6}\approx 1,33$ .

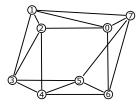
Die Kosteneffektivität ist definiert als:

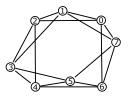
 $Verbindungsgrad*max(Durchmesser,\ Diskonnektivit"at)$ 

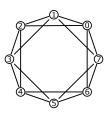
und ergibt sich somit zu  $4*\max(2,\frac{4}{3})=8$ 

b) Es handelt sich hier um einen chordalen Ring.









c) Es liegt Redundanz vor. Da der Verbindungsgrad jedes Knotens 4 ist und bidirektionale Leitungen verwendet werden, können bis zu drei Leitungen ausfallen und dennoch jeder Knoten von einem anderen erreicht werden. Allerdings kann beim Ausfall einer Kante der Durchmesser steigen, das heißt es könnten längere Wege notewendig sein.

d)

	Aufgabe 2	Ring	2D-Gitter	Baum	Hyperkubus
Verbindungsgrad	4	2	2 - 4	1 – 3	$\log_2 N$
Durchmesser	$\lfloor \sqrt{N} \rfloor$	$\lfloor N/2 \rfloor$	$2\left(\sqrt{N}-1\right)$	$2(\lceil \log_2 N \rceil - 1)$	$\log_2 N$
min. Bisektionsbreite	6	2	$\sqrt{N}$	1	N/2
Diskonnektivität	N/6	N/2	$\sqrt{N}$	N	2
Kosteneffektivität	$4\lfloor \sqrt{N} \rfloor$	N	$8\left(\sqrt{N}-1\right)$	3 <i>N</i>	$(\log_2 N)^2$

# 2 Dynamische Verbindungsstrukturen

- a) Ja.
- b) Nein. Beweis durch Widerspruch.

Annahme: jede Permutation kann generiert werden.

Gesucht: mindestens eine Permutation, für die die Annahme nicht gilt.

- Bei einer paarweisen Mischpermutation (Kreisverschiebung), hier also Verbindung von P0 und P1 mit M6 bzw. M7 gibt es nur einen möglichen Verbindungsweg, der gleichzeitig für beide Verbindungen benutzt werden müßte
  - ⇒ Blockierung
- c) Schon bei zwei Verbindungen kann eine Blockierung auftreten: z.B. bei  $P0 \rightarrow M6$  und  $P1 \rightarrow M7$
- d) Nein. Auf der einen Seite gibt es für bestimmte Paare mehre Möglichkeiten (vgl. P2 → M4), aber ebenso gibt es Paare, bei denen schon der Ausfall einer Verbindung die Weiterleitung ausschließt (z.B. P0 → M6).

# 3 Verständnisfragen

- a) Konstanter Verbindungsgrad, einfache Erweiterbarkeit, einfaches Routing, hohe Fehlertoleranz....
- b) Einfacher Aufbau, einfaches Routing, einfaches Adressierungsschema,...
- c) Shared-Memory Programmiermodell:
  - Vorteile: Niedrige Latenzen, hohe Kommunikationsbandbreite
  - Nachteile: Skalierbarkeit
- d) Message-Passing Programmiermodell:
  - Vorteile: Skalierbarkeit
  - Nachteile: im Vergleich zu Shared-Memory hohe Latenzen, komplexe Programmierung über gezielte Nachrichten

## 4 Vergleich von Parallelrechnern

#### a) • BlueGene/L:

478200 GFLOPS / 212992 Proz = 2,25 GFLOPS/Proz

#### • HP HX6000:

1900 GFLOPS / (101 \* 2 + 10 \* 8) Proz = 6,74 GFLOPS/Proz

• Achtung, dies sind sehr theoretische und vereinfachte Werte!

#### b) • BlueGene/L:

3-dimensionaler Torus, Eigenentwicklung von IBM, statisches Netz

#### • HP HX6000:

Fat-Tree (Baumstruktur), Quadrics QsNet II Interconnect, dynamisches Netz, Rechnerknoten sind nicht im Netzwerk auf verschiedenen Ebenen verteilt

#### c) • BlueGene/L:

 $\sqrt[3]{212992} \approx 60 \Rightarrow \text{ Durchmesser von 3D-Torus } \approx 180$  Achtung, dies ist eine Schätzung ohne Berücksichtigung des wirklichen Netzwerkaufbaus!

#### • HP HX6000:

Aufsteigen im Baum bis zur Wurzel und zurück: 5

#### d) • BlueGene/L:

Netzwerk ist nicht blockierungsfrei, Bandbreitenengpässe können auftreten, die Latenz ist unterschiedlich je nach Verbindung

#### HP HX6000:

Netzwerk ist blockierungsfrei, Bandbreite von mehr als 800 MB/s, geringe Latenz

#### e) • BlueGene/L:

Prinzipiell nein.

Je nach Wegewahlverfahren können aber Probleme auftreten.

#### HP HX6000:

Nein, da ein "Dynamic Fat-Tree" verwendet wird, bei dem jede Permutation geschaltet werden kann

### f) • BlueGene/L:

Sehr gut, das Netzwerk kann einfach um eine Ebene erweitert werden, prinzipiell unbeschränkt

#### • HP HX6000:

Sehr schlecht, erweiterbar um jeweils eine 2-er-Potenz, maximal 4096 angeschlossene Rechenknoten, d.h. maximal  $\approx$  40000 CPUs je nach Rechenknoten

- g) Netzwerk besteht aus drei Schichten miteinander verknüpfter Switches
  - Ebene 1 Switche haben genausoviel Verbindungen zur nächsten Ebene wie angebundene Rechenknoten
  - In jeder Ebene nimmt die Portzahl quadratisch zu
  - ⇒ Netzwerkgröße limitiert durch die größe (Portzahl) der Switche
  - Grafik und Tabelle zum maximalen Ausbau von Quadrics QsNet II auf der Homepage http://www.quadrics.com/
  - ⇒ Nach Erweiterung auf ~200000 Prozessoren müßten Switche mit mehr als 20000 Port verwendet werden.